

ASIGNACIÓN MUESTRAL EN AUDITORÍA. ESTRATIFICACIÓN DE UNA
POBLACIÓN EXPONENCIAL

1. Distribución del estimador de la media
2. Criterios de asignación
 - 2.1 Coincidencia de criterios que incorporan la desviación estándar
 - 2.2 Coincidencia de criterios no basados en la desviación estándar
3. Estratificación con un modelo exponencial
 - 3.1 Estratificación en la mediana
 - 3.2 Estratificación en la media
 - 3.3 Estratificación en la medial
 - 3.4 Estratificación en una proporción de la media
 - 3.5 Estratificación en un percentil

Autores:

Joan Baró Llinàs (Departamento de Economía Aplicada.
Universidad de Lleida)
Ma.Jesús Gómez Adillón (Departamento de Economía
Aplicada. Universidad de Lleida)
Montserrat Mestres Déu (Departamento de Estadística e
Investigación Operativa. Universidad Politécnic de
Catalunya)

Referencia contacto:

Ma. Jesús Gómez Adillón
Departamento de Economía Aplicada
Universidad de Lleida

Pza. Víctor Siurana, 1
25003 Lleida

E-mail. Joan.Baro@econap.UdL.es
tel. 973 702031
Fax. 973 702066

ASIGNACIÓN MUESTRAL EN AUDITORÍA. ESTRATIFICACIÓN DE UNA
POBLACIÓN EXPONENCIAL

Joan Baró Llinàs
Ma. Jesús Gómez Adillón
Montserrat Mestres Déu

Resumen:

La previa estratificación de los apuntes constituye una práctica muy frecuente a la hora de preparar la información en inspección contable. La partición de los registros en categorías excluyentes de datos permite conseguir submuestras desde las que inferir características válidas para toda la población en las pruebas sustantivas que realiza el auditor. Aquí sólo nos referimos a la estimación del saldo medio de las cuentas y de resultados del importe total de las cuentas. Comparamos la eficiencia que se deriva de aplicar distintos criterios de fijación de las submuestras (algunos conocidos y otros propuestos por nosotros de interés más bien teórico) correspondientes a los dos estratos en que se ha dividido la población contable y particularizamos en el supuesto que la distribución de los registros sea de naturaleza exponencial negativa y en todos los casos estudiados presentamos la ponderación que correspondería aplicar para el cálculo de los tamaños de las submuestras.

ASIGNACIÓN MUESTRAL EN AUDITORÍA. ESTRATIFICACIÓN DE UNA POBLACIÓN EXPONENCIAL

1. Distribución del estimador de la media

Consideremos una población de la que deseamos estimar su media¹ y que para ello contamos con dos estratos desde los que elegiremos submuestras aleatorias que permitirán obtener el estimador, el intervalo de confianza y en su caso decisiones acerca de algún contraste paramétrico.

Damos por hecho que una partición de todo el colectivo de datos en tan solo dos estratos es una simplificación de lo que puede realizar el auditor cuando aplica muestreo estadístico y que una estratificación múltiple se acercaría más al trabajo preliminar de preparación de la información en auditoría. En todo caso operar con dos grupos de datos no es una práctica inusual y siempre será mejor que aplicar directamente muestreo aleatorio puro a toda la población².

Así pues a pesar de contemplar parcialmente el muestreo estratificado, abarcamos un ámbito que posee suficientes aplicaciones para justificar su análisis. Es el caso de una cartera con dos categorías bien definidas de clientes, dicotomía en las imputaciones a alguna cuenta de gastos, registros que no alcanzan o por el contrario superan determinado importe, etc.

La TABLA I recoge los parámetros más significativos de cada uno de los dos estratos y de la población

TABLA I

	tamaño	media	cuantía	variancia
1 ^{er} estrato	f_1	m_1	q_1	S_1^2
2 ^o estrato	f_2	m_2	q_2	S_2^2
población	1	m	1	S^2

f_i , m_i y S_i^2 son suficientemente conocidas y q_i es la expresión de la masa de variable contenida en el i -ésimo intervalo, de modo que representa la fracción del importe total de los registros

$$q_i = \frac{f_i m_i}{m}$$

Ambos estratos forman parte de una misma población, tienen tratamiento diferenciado en la fase descriptiva de la estadística pero consideración conjunta en la fase inferencial.

Tanto la media como la variancia de toda la población satisfacen las relaciones básicas

$$m = f_1 m_1 + f_2 m_2$$

$$S^2 = f_1 S_1^2 + f_2 S_2^2 + f_1 (m_1 - m)^2 + f_2 (m_2 - m)^2$$

El estimador por punto de la media poblacional (m) resulta de una combinación lineal de las medias muestrales (\bar{X}_i)

$$\bar{q} = f_1 \bar{X}_1 + f_2 \bar{X}_2$$

tal que es insesgado y con variancia mínima

$$E(\bar{q}) = m$$

$$\text{Var}(\bar{q}) = f_1^2 S_1^2/n_1 + f_2^2 S_2^2/n_2$$

2. Criterios de asignación

La partición en dos estratos de toda la población admite distintos procedimientos para determinar el tamaño de cada una de las dos submuestras (n_1 , n_2) y en todos los casos serán una fracción de la muestra total (n).

La *asignación simple (SIM)* fija igual tamaño para cada estrato, lo que supone un criterio rápido y fácil, sólo recomendable cuando los dos grupos en que se ha dividido la población presentan características muy similares.

En un intento de alcanzar mayor representatividad puede realizarse una *asignación proporcional al tamaño de los estratos (PTE)* lo que al menos garantiza una composición muestral igual al reparto de la población, cuestión que apunta una cierta lógica y es tanto más recomendable cuanto más desiguales sean los grupos.

La dispersión que presentan los datos dentro de cada estrato podría sugerir un nuevo sistema de asignación; esto es, además de tener en cuenta el tamaño de los grupos habría que primar aquel que tuviera mayor heterogeneidad y penalizar el bloque de datos más homogéneos, para el que se puede conseguir información suficiente con menor cantidad de muestra. Este método sugiere proporcionalidad con el tamaño y la dispersión de cada estrato, medida a través de la desviación estándar y puesto que es el que proporciona menor variancia de la familia de estimadores propuestos recibe el nombre de *asignación óptima (OPT)*³.

La *asignación valoral (VAL)* utiliza como criterio de ponderación la masa de variable contenida en cada grupo, de tal modo que los estratos que registran mayores importes totales serán los de mayor extensión muestral. Este procedimiento es el que mejor resuelve el problema del auditor que prefiere invertir el tiempo en documentos, archivos o conglomerados de datos de cierta envergadura antes que dedicarse a otros menos relevantes⁴.

Con el fin de ampliar la lista, que no completarla, nos referimos a dos nuevos criterios de proporcionalidad, no tanto por lo extendido de su uso como por las posibilidades que se adivinan en auditoría y sobre todo como referente para compararlos con los anteriores procedimientos descritos. Nos referimos a la *asignación proporcional al tamaño y a la masa de variable (PTM)* y a la *asignación proporcional al tamaño, desviación estándar y masa de variable (PTDM)* que tendrían la consideración de añadir a aquellos otros métodos algo parecido a un beneficio de oportunidad por la cuantía de los estratos y que inicialmente no se había contemplado.

Conscientemente hemos renunciado a analizar la *asignación óptima con costes*, procedimiento de uso muy extendido en las aplicaciones del muestreo estratificado en otros ámbitos pero raramente utilizada en auditoría contable.

Veamos en la TABLA II las expresiones de los tamaños de cada una de las dos submuestras, en función de la muestra global

TABLA II

asignación	submuestra del i-ésimo estrato (n_i con $i=1,2$)
<i>simple (SIM)</i>	$\frac{n}{2}$
<i>proporcional al tamaño de los estratos (PTE)</i>	$f_i n$
<i>óptima (OPT)</i>	$\frac{f_i s_i}{\sum f_i s_i} n$
<i>valoral (VAL)</i>	$\frac{f_i m}{m} n = q_i n$
<i>proporcional al tamaño y masa de variable (PTM)</i>	$\frac{f_i q_i}{\sum f_i q_i} n$
<i>proporcional al tamaño, desviación estándar y masa de variable (PTDM)</i>	$\frac{f_i s_i q_i}{\sum f_i s_i q_i} n$

En determinadas condiciones existen coincidencias claras entre los criterios de asignación, algunas de deducción inmediata y muy conocidas y otras no tan obvias pero fáciles de resolver, por lo que nos limitamos a su reseña.

La TABLA III recoge las relaciones paramétricas necesarias para que dos procedimientos asignen los mismos tamaños de muestra a cada uno de los dos estratos

TABLA III

	<i>PTE</i>	<i>OPT</i>	<i>VAL</i>	<i>PTM</i>	<i>PTDM</i>
<i>SIM</i>	$f_1=f_2=0,5$	$f_1 s_1=f_2 s_2$	$q_1=q_2=0,5$	$f_1=q_2; f_2=q_1$	$f_1 s_1 q_1=f_2 s_2 q_2$
	<i>PTE</i>	$s_1=s_2$	$f_1=q_1; f_2=q_2$	$q_1=q_2=0,5$	$q_1 s_1=q_2 s_2$
		<i>OPT</i>	$m_2 s_1=m_1 s_2$	$q_2 s_1=q_1 s_2$	$q_1=q_2=0,5$
			<i>VAL</i>	$f_1=f_2=0,5$	$f_1 s_1=f_2 s_2$
				<i>PTM</i>	$s_1=s_2$

2.1 Coincidencia de criterios que incorporan la desviación estándar

Hagamos algunas reflexiones acerca de las condiciones de igualdad de criterios que hemos encontrado. Por lo que hace a las identidades que incorporan desviaciones estándar, tenemos que

- a) $s_1=s_2$, exige la misma dispersión en los dos estratos, cuestión difícil de encontrar en general, salvo que se tratara de grupos contruidos de forma aleatoria desde la población básica, lo cual no tiene mucho sentido práctico en auditoría.
- b) $f_1 s_1=f_2 s_2$, al margen de otras posibilidades casuales esta condición supone partir de una distribución poblacional simétrica y haber construido grupos desde una ordenación previa de todos los datos y aplicar una partición en la mediana

Coefficiente de asimetría = 0

$X/X < Me$ ® 1^{er} estrato

$X/X > Me$ ® 2^o estrato

Cabe notar que este supuesto incluye la condición anterior cuando se utiliza la mediana como frontera entre los estratos ya que ahora $f_1=f_2=0,5$.

- c) $q_1S_1=q_2S_2$, supone que las desviaciones estándar ponderadas por las respectivas masas de variable sean iguales en los dos estratos. Ello exige como condición necesaria, aunque no suficiente, que el grupo que presenta mayor valor contabilizado sea también el de menor dispersión; haría falta además que la relación entre masas de variable en cada estrato fuese inversa a la que hay entre sus desviaciones estándar

$$\frac{q_1}{q_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

- d) $f_1S_1q_1=f_2S_2q_2$, incorpora nuevos parámetros a la relación anterior por lo que la hace de difícil cumplimiento en la práctica, salvo por puro azar

- e) $m_2S_1=m_1S_2$, exige la misma dispersión relativa en cada estrato ya que hay coincidencia en los coeficientes de variación de Pearson que presentan

$$\frac{S_1}{m_1} = \frac{S_2}{m_2}$$

- f) $q_2S_1=q_1S_2$, implica igual relación entre las desviaciones estándar que entre los importes acumulados en cada estrato

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{S_2}{S_1}$$

2.2 Coincidencia de criterios no basados en la desviación estándar

Las identidades que no consideran la dispersión dentro de cada bloque y por tanto no incluyen las desviaciones estándar son de lectura inmediata y lo suficientemente obvias como para evitar cualquier comentario genérico. A pesar de ello, contemplaremos el caso particular de grupos construidos en función de que los datos sean menores o mayores a determinado umbral W prefijado por el auditor; así, los registros por cuantías inferiores a W pertenecerán al primer estrato y los contabilizados por importes superiores a W serán incluidos en el segundo estrato.

La distribución empírica de la variable objeto de estudio y sus acumulaciones podrían presentar las formas descritas en los GRÁFICOS 1 Y 2

GRÁFICO 1

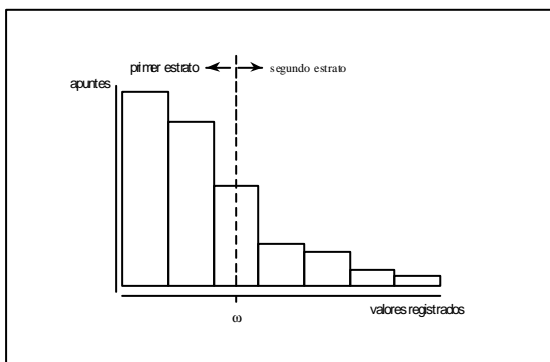
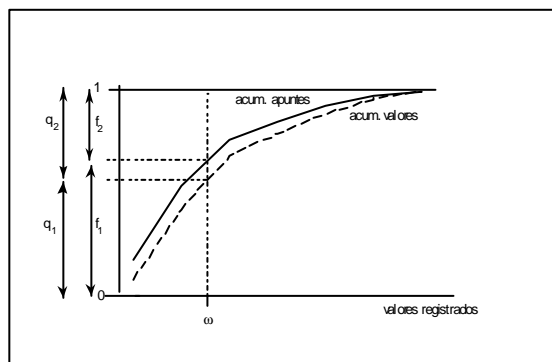


GRÁFICO 2

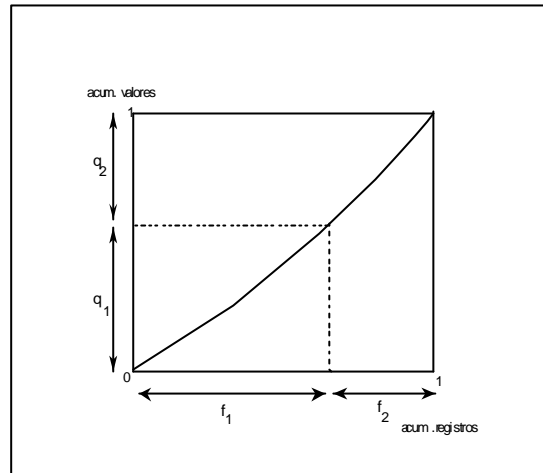


Tanto la distribución ordinaria como la acumulada responden al comportamiento de muchas cuentas: un número relativamente alto de registros pequeños, que va disminuyendo en intensidad cuando las cifras aumentan, hasta encontrar frecuencias muy bajas para los aportes de mayor cuantía. Ello confiere a la mayoría de las

poblaciones contables una distribución con forma exponencial decreciente.

El diagrama de concentración responde a la función de Lorenz y representa el lugar geométrico de acumulaciones de frecuencias (registros) i masa de variables (valores registrados), de tal modo que cuanto más alejada está la función efectiva del reparto de la diagonal del cuadrado tanto mayor concentración de valores está registrando (GRÁFICO 3)

GRÁFICO 3



Planteamos pues las conclusiones que se derivarían al asumir cada una de las identidades que originan equivalencia entre criterios de asignación, con estratificación a partir de un truncamiento de toda la población en w .

- $f_1=f_2=0,5$, cuando el umbral que discrimina los estratos coincide con el centro posicional de todos los valores registrados ($w=Me$); ello supone considerar dos grupos de igual tamaño, uno con los registros inferiores y el otro con los de mayor cuantía.
- $q_1=q_2=0,5$, ahora el truncamiento se produce en la medial ($w=Ml$); en este punto los registros ordenados quedan divididos en dos bloques de igual importe acumulado y no necesariamente igual número de apuntes.
- $f_1=q_1$ y $f_2=q_2$, cualquiera de estas condiciones es consecuencia de la otra y ambas implican operar en una población en la que no hay concentración de datos. Determinada proporción de registros absorbe la misma cuantía de valores, ello supondría situarnos en la bisectriz del diagrama de concentración en la figura anterior.
- $f_1=q_2$ y $f_2=q_1$, estas identidades también son corolarios la una de la otra y deben interpretarse en el sentido, poco práctico, que la proporción de apuntes de un estrato coincide con la fracción del importe total de lo incluido en el otro estrato. El punto de truncamiento w ha de ser tal que en el diagrama de concentración el área del rectángulo de medidas q_1 y f_1 sea la misma que la del rectángulo de medidas q_2 y f_2 .

3. Estratificación con un modelo exponencial

Hemos visto en el epígrafe anterior que muchas cuentas contables presentan una distribución de sus valores de tipo exponencial. En lo que sigue modelamos la partición de la cuenta en una ordenación de datos basada en dicho modelo.

Las funciones de densidad $f_x(x)$, de distribución $F_x(x)$ y de masa acumulada de variable $q_x(x)$, definidas para valores no negativos de la variable, presentan las formas

$$f_x(x) = q e^{-qx} \quad \text{con } x \geq 0$$

$$F_x(x) = 1 - e^{-qx} \quad \text{con } x \geq 0$$

$$q_x(x) = 1 - e^{-qx}(1+qx) \quad \text{con } x \geq 0$$

y la curva de concentración de Lorenz, que relaciona acumulaciones de importes y registros

$$q_x(x) = [1 - F_x(x)] \ln[1 - F_x(x)] + F_x(x)$$

Con esta información previa, para cualquier punto crítico w , presentamos en la TABLA IV los parámetros de los dos estratos en que hemos dividido la población

TABLA IV

	tamaño	media	cuantía	variancia
1 ^{er} estr.	$f_1=1-e^{-qw}$	$m_1 = \frac{1 - e^{-qw}(1+qw)}{q(1 - e^{-qw})}$	$q_1=1 - e^{-qw}(1+qw)$	$S_1^2 = \frac{1}{q^2} - \frac{e^{-qw}w^2}{(1 - e^{-qw})^2}$
2 ^o estr.	$f_2=e^{-qw}$	$m_2 = \frac{1}{q} + w$	$q_2=e^{-qw}(1+qw)$	$S_2^2 = \frac{1}{q^2}$
poblac.	1	$m = \frac{1}{q}$	1	$S^2 = \frac{1}{q^2}$

Podemos comprobar que el segundo estrato presenta un desplazamiento de la media igual al nuevo origen de registros w y que la variancia coincide con la de toda la población.

A partir de aquí es posible deducir las expresiones de los tamaños de cada una de las dos submuestras (TABLA V). El peso ponderativo o proporción que hay que asignar a la muestra total viene dado en el siguiente cuadro, cuyas fórmulas no siempre son de cómoda aplicación

TABLA V

asignac.	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	$1 - e^{-qw}$	e^{-qw}
<i>OPT</i>	$\frac{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1}}{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1} + 1}$	$\frac{1}{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1} + 1}$
<i>VAL</i>	$1 - e^{-qw}(1+qw)$	$e^{-qw}(1+qw)$
<i>PTM</i>	$\frac{e^{2qw} - e^{qw}(2+qw) + (1+qw)}{e^{2qw} - e^{qw}(2+qw) + 2(1+qw)}$	$\frac{1 + qw}{e^{2qw} - e^{qw}(2+qw) + 2(1+qw)}$
<i>PTDM</i>	$\frac{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1} \frac{e^{qw}}{1+qw} - \frac{0}{1}}{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1} \frac{e^{qw}}{1+qw} - \frac{0}{1} + 1}$	$\frac{1}{\sqrt{e^{2qw} - e^{qw}(2+q^2w^2)+1} \frac{e^{qw}}{1+qw} - \frac{0}{1} + 1}$

A continuación presentamos expresiones más operativas como resultado de truncamientos en puntos notables de la distribución.

3.1 Estratificación en la mediana

Muchas veces la revisión contable parte de dos colectivos iguales de datos; registros de valores elevados y registros de menor importe, de tal modo que constituyan conglomerados con la misma extensión. La mediana es el valor de la variable que divide en dos partes iguales la distribución ($w=Me$) y en el modelo exponencial es

$$Me = \frac{\ln 2}{q}$$

La TABLA VI muestra el valor de los distintos coeficientes y medidas en el punto de corte de la mediana

TABLA VI

$f_1=0,5$	$m_1 = 0,30685 \frac{1}{q}$	$q_1=0,15343$	$S_1^2 = 0,03909 \frac{1}{q^2}$
$f_2=0,5$	$m_2 = 1,69315 \frac{1}{q}$	$q_2=0,84657$	$S_2^2 = \frac{1}{q^2}$

y la TABLA VII contiene la fracción de la muestra total correspondiente a cada estrato

TABLA VII

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,5	0,5
<i>OPT</i>	0,16508	0,83492
<i>VAL</i>	0,15343	0,84657
<i>PTM</i>	0,15343	0,84657
<i>PTDM</i>	0,03459	0,96541

3.2 Estratificación en la media

Cuando el punto de truncamiento coincide con el valor medio de los registros

$$w = m = \frac{1}{q}$$

encontramos nuevas medidas en la ley exponencial y las submuestras resultantes de cada criterio de asignación (TABLAS VIII y IX)

TABLA VIII

$f_1=0,63212$	$m_1 = 0,41802 \frac{1}{q}$	$q_1=0,263424$	$S_1^2 = 0,07932 \frac{1}{q^2}$
$f_2=0,36788$	$m_2 = 2 \frac{1}{q}$	$q_2=0,73576$	$S_2^2 = \frac{1}{q^2}$

TABLA IX

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,63212	0,36788
<i>OPT</i>	0,32612	0,67388
<i>VAL</i>	0,26424	0,73576
<i>PTM</i>	0,38161	0,61839
<i>PTDM</i>	0,14807	0,85193

3.3 Estratificación en la medial

Si creamos los estratos a izquierda y derecha de la medial, dividimos la población en dos grupos ordenados de datos que acumulan una misma cantidad de importes registrados. En el modelo exponencial después de varias iteraciones hemos encontrado

$$w = Ml = 1,67835 \frac{1}{q}$$

y los parámetros y pesos de las dos submuestras serán (TABLAS X y XI)

TABLA X

$f_1=0,81332$	$m_1 = 0,61476 \frac{1}{q}$	$q_1=0,5$	$s_1^2 = 0,20505 \frac{1}{q^2}$
$f_2=0,18668$	$m_2 = 2,67838 \frac{1}{q}$	$q_2=0,5$	$s_2^2 = \frac{1}{q^2}$

TABLA XI

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,81332	0,18668
<i>OPT</i>	0,66363	0,33637
<i>VAL</i>	0,5	0,5
<i>PTM</i>	0,81332	0,18668
<i>PTDM</i>	0,66363	0,33637

3.4 Estratificación en una proporción de la media

Una extensión de la partición en la media la constituye cualquier estratificación en un punto proporcional a la media_

$$w = km = \frac{k}{q}$$

En realidad cualquier punto de truncamiento para los dos grupos de registros puede expresarse como una proporción de la media de todos ellos y los parámetros en cada estrato vienen dados en función del coeficiente multiplicador k , como muestra la TABLA XII

TABLA XII

$f_1=1 - e^{-k}$	$m_1 = \frac{1}{q} \frac{1 - e^{-k}(1+k)}{1 - e^{-k}}$	$q_1=1 - e^{-k}(1+k)$	$s_1^2 = \frac{1}{q^2} \frac{1 + e^{-2k} - e^{-k}(2+k^2)}{(1 - e^{-k})^2}$
$f_2=e^{-k}$	$m_2 = \frac{1}{q}$	$q_2= e^{-k}(1+k)$	$s_2^2 = \frac{1}{q^2}$

Según el valor asignado a k distinguimos distintas soluciones y cuantificamos los parámetros y pesos para cada submuestra. Acabamos de estudiar el supuesto $k=1$ (partición en la media); veamos tan solo otros dos casos, para no alargar inútilmente la exposición. Cuando $k=2$ creamos estratos a izquierda y derecha del doble de la media; el auditor podría plantearse como método de trabajo el tratamiento del bloque de apuntes con importes superiores a dos veces el promedio y el resto de registros en otro bloque (TABLA XIII).

TABLA XIII

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,86466	0,13534
<i>OPT</i>	0,77043	0,22957
<i>VAL</i>	0,59401	0,40599
<i>PTM</i>	0,90336	0,09664
<i>PTDM</i>	0,83080	0,16920

Si hubiéramos fijado $k=0,5$, la partición crea dos grupos a izquierda y derecha de la mitad de la media. Ahora el bloque de registros con cifras inferiores al 50% del promedio constituiría un primer estrato, probablemente residual, y el resto de apuntes el segundo conglomerado, en el que razonablemente debe caer el peso de la revisión (TABLA XIV).

TABLA XIV

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,39347	0,60653
<i>OPT</i>	0,19128	0,80872
<i>VAL</i>	0,09020	0,90980
<i>PTM</i>	0,06043	0,93957
<i>PTDM</i>	0,02291	0,97709

3.5 Estratificación en un percentil

Si lo que pretendemos es crear estratos de un tamaño determinado que representen porcentajes complementarios del total de los apuntes debemos acudir al cálculo de los centiles C_j de la distribución ordenada. Así, C_j representa el punto de segmentación de dos subpoblaciones, la que recoge el j por ciento de los registros de menores importes y la que absorbe el el resto, esto es el $100-j$ por ciento de los apuntes de mayor cuantía

$$w = C_j, \text{ tal que } F_x(C_j) = j/100$$

En el modelo exponencial el cálculo de la j -ésimo centil se obtiene de inmediato sin más que aplicar la función de distribución

$$C_j = \frac{1}{q} \ln \frac{100}{100-j}$$

y las mediadas de los estratos resultantes de la partición vendrán dadas en función de C_j (TABLA XV)

TABLA XV

$f_1 = \frac{j}{100}$	$m_1 = \frac{1}{q} \left(1 + \frac{100-j}{j} \ln \frac{100-j\bar{0}}{100} \right)$	$q_1 = \frac{e^j}{e^{100}} + \frac{100-j}{100} \ln \frac{100-j\bar{0}}{100}$	$s_1^2 = \frac{1}{q^2} \left(1 - \frac{100(100-j)}{j^2} \ln^2 \frac{100-j\bar{0}}{100} \right)$
$f_2 = \frac{100-j}{100}$	$m_2 = \frac{1}{q} \left(1 - \ln \frac{100-j\bar{0}}{100} \right)$	$q_2 = \frac{100-j}{100} \frac{e}{e^{100}} - \ln \frac{100-j\bar{0}}{100}$	$s_2^2 = \frac{1}{q^2}$

Un caso particular ya estudiado es la mediana, coincidente con el quincuagésimo centil C_{50} . Otros supuestos que podrían darse son particiones en el primer o tercer cuartil C_{25} y C_{75} (TABLAS XVI y XVII).

TABLA XVI

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,25	0,75
<i>OPT</i>	0,0269	0,9731
<i>VAL</i>	0,0342	0,9658
<i>PTM</i>	0,0117	0,9883
<i>PTDM</i>	0,0009	0,9991

TABLA XVII

asignación	peso 1 ^{er} estrato	peso 2 ^o estrato
<i>SIM</i>	0,5	0,5
<i>PTE</i>	0,75	0,25
<i>OPT</i>	0,3044	0,6956
<i>VAL</i>	0,4034	0,5966
<i>PTM</i>	0,3302	0,6698
<i>PTDM</i>	0,2281	0,7719

¹ Las pruebas sustantivas en auditoría aplican la misma metodología para evaluar una media que para evaluar el importe total de una cuenta. Si estamos interesados en la estimación de un saldo total basta con multiplicar la media por el tamaño de la población.

² Es sabido que el muestreo estratificado permite conseguir estimadores más eficientes que el muestreo aleatorio puro, lo que se traduce en el requerimiento de un tamaño muestral menor. Esta ventaja añade mayor eficiencia cuantos más estratos hagamos en la población.

³ La *asignación óptima* también recibe el nombre de *asignación de Neyman*. J.Neyman fue el primero en abordar la minimización de la variancia para un tamaño muestral fijo.

⁴ Una aproximación al criterio de *asignación valoral* la encontramos en el *muestreo de unidad monetaria*.

¹ Las pruebas sustantivas en auditoría aplican la misma metodología para evaluar una media que para evaluar el importe total de una cuenta. Si estamos interesados en la estimación de un saldo total basta con multiplicar la media por el tamaño de la población.

² Es sabido que el muestreo estratificado permite conseguir estimadores más eficientes que el muestreo aleatorio puro, lo que se traduce en el requerimiento de un tamaño muestral menor. Esta ventaja añade mayor eficiencia cuantos más estratos hagamos en la población.